



Contenu	Capacités attendues
<ul style="list-style-type: none">• Les suites numériques• Les suites arithmétiques• Terme général et Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique• Les suites géométriques• Terme général et Somme des termes consécutifs d'une suite géométrique	<ul style="list-style-type: none">• Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique et déterminer sa raison et son premier terme• Calculer le terme général d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique• Calculer la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique• Utiliser les suites arithmétiques et les suites géométriques pour résoudre des problèmes variés.

I. Les suites numériques

a. Définition

Une suite numérique est une fonction numérique de \mathbb{N} ou d'une partie de \mathbb{N} vers \mathbb{R} , on la note souvent par $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ou $(u_n)_{n \geq p}$ tel que $p \in \mathbb{N}$.

u_p est le premier terme de la suite $(u_n)_{n \geq p}$

u_n s'appelle le terme général de la suite $(u_n)_{n \geq p}$.

b. Exemples:

On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_n = 2n + 3$.

Calculons les 3 premiers termes de (u_n) :

$$u_0 = 2 \times 0 + 3 = 3$$

$$u_1 = 2 \times 1 + 3 = 5$$

$$u_2 = 2 \times 2 + 3 = 7$$

II. Les suites arithmétiques

a. Activité

On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = 3n - 5$

1) Déterminer les 3 premiers termes de (u_n)

2) Déterminer u_{n+1} en fonction de n et calculer $u_{n+1} - u_n$

3) En déduire que $u_{n+1} = u_n + 3$

On dit que (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 3$

b. Définition et propriété

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ tel que $p \in \mathbb{N}$ une suite numérique et $r \in \mathbb{R}$.

On dit que $(u_n)_{n \geq p}$ est une suite arithmétique de raison r

si : $\forall n \geq p : u_{n+1} = u_n + r$

c. **Application** : Montrer dans chacun des cas suivants que (u_n) est suite arithmétique et déterminer sa raison.

1) $u_n = 7n + 1$

2) $u_n = 3n - 4$

3) $u_n = \frac{3}{2}n + 5$

1. Terme général d'une suite arithmétique

a. Propriété

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ tel que $p \in \mathbb{N}$ une suite arithmétique de raison r .

On a $\forall n \geq p : u_n = u_p + (n - p)r$

b. Application

1) Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 3$ et $u_2 = 6$

Déterminer $u_0 ; u_1 ; u_3 ; u_4$ et u_5

2) Soit (u_n) une suite arithmétique et $u_0 = 5$ et $u_3 = 2$

Déterminer la raison r et les termes $u_2 ; u_4$ et u_5

2. Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique

a. Propriété

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ tel que $p \in \mathbb{N}$ une suite arithmétique de raison r .

On a $\forall n \geq p : S_n = u_p + u_{p+1} + \dots + u_n = \frac{u_p + u_n}{2} (n - p + 1)$

b. Application

1) Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 3$ et $u_0 = 2$;

$$u_{10} = 26 \text{ et } u_{100} = 180$$

Déterminer $S_{10} = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$

$$S_{100} = u_{10} + u_{11} + \dots + u_{100}$$

2) Soit (u_n) une suite arithmétique tel que $u_0 = 5$ et $u_{10} = 2$

1. Déterminer la raison r
2. Déterminer la somme $S_{10} = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$
3. Déterminer les termes u_{20} ; u_{60} et u_{100}
4. En déduire les sommes

$$S_{20} = u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$$

$$S_{60} = u_{20} + u_{21} + \dots + u_{60}$$

$$S_{100} = u_{60} + u_{61} + \dots + u_{100}$$

III. Les suites géométriques

a. Activité

On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = \frac{1}{2^n}$

4) Déterminer les 3 premiers termes de (u_n) et en déduire la relation entre chaque deux termes consécutifs

5) Déterminer u_{n+1} en fonction de n et montrer que $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2}$

6) En déduire que $u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n$

On dit que (u_n) est une suite **géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$**

b. Définition et propriété

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ tel que $p \in \mathbb{N}$ une suite numérique et $q \in \mathbb{R}$.

On dit que $(u_n)_{n \geq p}$ est une suite géométrique de raison q

si : $\forall n \geq p : u_{n+1} = q \times u_n$

c. Application : Montrer dans chacun des cas suivants que (u_n) est suite géométrique et déterminer sa raison.

4) $u_n = 3^n$

5) $u_n = \left(\frac{5}{2}\right)^n$

6) $u_n = \frac{3}{2^n}$

1. Terme général d'une suite géométrique

a. Propriété

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ tel que $p \in \mathbb{N}$ une suite géométrique de raison q .

$$\text{On a } \forall n \geq p : u_n = u_p \times q^{n-p}$$

b. Application

3) Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q = 2$ et $u_2 = 1$

Déterminer $u_0 ; u_1 ; u_3 ; u_4$ et u_5

4) Soit (u_n) une suite géométrique tel que $u_0 = 2$ et $u_3 = 54$

Déterminer la raison q et les termes $u_2 ; u_5$ et u_{10}

2. Somme des termes consécutifs d'une suite géométrique

a. Propriété

Soit $(u_n)_{n \geq p}$ tel que $p \in \mathbb{N}$ une suite géométrique de raison q .

$$\text{On a } \forall n \geq p : S_n = u_p + u_{p+1} + \dots + u_n = u_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \text{ avec } q \neq 1$$

N.B : si $q = 1$ alors la suite est constante et on a :

$$S_n = u_p + u_{p+1} + \dots + u_n = (n - p + 1)u_p$$

b. Application

1) Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q = 2$ et $u_0 = 3$;

$$u_{10} = 13 \text{ et } u_{100} = 120$$

Déterminer

$$S_{10} = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$$

$$S_{100} = u_{10} + u_{11} + \dots + u_{100}$$

2) Soit (u_n) une suite géométrique tel que $u_0 = 1$ et $u_3 = 8$

1. Déterminer la raison q

2. Déterminer la somme $S_{10} = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$

3. Déterminer les termes u_{20} et u_{60} et en déduire les sommes

$$S_{20} = u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$$

$$S_{60} = u_{20} + u_{21} + \dots + u_{60}$$

$$S_{100} = u_{60} + u_{61} + \dots + u_{100}$$

Exercices :

1) Un élève économise de l'argent chaque semaine.

La première semaine, il met de côté **50 dirhams**.

Chaque semaine suivante, il augmente son économie de **10 dirhams** par rapport à la semaine précédente.

1. Montrer que la somme économisée chaque semaine forme une **suite arithmétique**.

2. Déterminer le montant économisé à la **10^e semaine**.
 3. Calculer la **somme totale** économisée au bout de **10 semaines**.
- 2) Un restaurant sert **80 couverts** le premier jour d'une nouvelle promotion. Chaque jour, le nombre de couverts servis **augmente de 12** par rapport au jour précédent.
1. Montrer que le nombre de couverts servis chaque jour forme une **suite arithmétique**.
 2. Déterminer le nombre de couverts servis le **10^e jour**.
 3. Calculer le **nombre total de couverts servis** pendant les **10 premiers jours** de la promotion.
 4. À partir de quel jour le nombre de couverts servis dépasse-t-il **200 couverts** ?
- 3) Un capital de **2 000 dirhams** est placé dans une banque à un taux d'intérêt annuel de **5 %**. Chaque année, les intérêts sont ajoutés au capital.
1. Montrer que les capitaux obtenus forment une **suite géométrique**.
 2. Déterminer le capital au bout de **8 ans**.
 3. Calculer le **montant total des intérêts** gagnés après **8 ans**.
- 4) Un hôtel compte **120 chambres**. Lors de son ouverture, le taux d'occupation est de **40 %**. Grâce à une campagne de promotion, le nombre de chambres occupées **augmente de 10 % chaque mois** par rapport au mois précédent.
1. Montrer que le nombre de chambres occupées chaque mois forme une **suite géométrique**.
 2. Déterminer le nombre de chambres occupées au bout de **6 mois**.
 3. Calculer le **taux d'occupation** de l'hôtel après **6 mois**.
 4. Déterminer à partir de quel mois le nombre de chambres occupées dépasse **90 chambres**.