الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2024
- الموضوع -

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SSSS | RS 22

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⵙⵏⵎⵔ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵡⵏⵣⵉ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

تعليمات عامة

- ✓ يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ✓ يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- ✓ ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة.

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها، وتتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	4 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	2 نقط
المسألة	دراسة الدوال العددية وحساب التكامل والمتتاليات العددية	11 نقط

- ✓ نرمز بـ $\bar{z}$ لمرافق العدد العقدي z وبـ $|z|$ لمعياره،
- ✓ $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول (3 نقط):

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقطتين $A(1,1,0)$ و $\Omega(-1,1,-2)$ والمستوى (P) الذي معادلته $x+z-1=0$

1) أ) تحقق أن A نقطة من المستوى (P) وأعط متجهة منظمية على (P)	0.5
ب) بين أن المستقيم (ΩA) عمودي على المستوى (P)	0.5
2) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق $x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z-3=0$	
أ) بين أن (S) فلكة مركزها Ω وحدد شعاعها.	0.5
ب) بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة مركزها A ثم حدد شعاعها.	0.5
3) ليكن (Q_m) مستوى ذي المعادلة $x+y+mz-2=0$، حيث m عدد حقيقي.	
أ) تحقق أن A نقطة من المستوى (Q_m)، لكل m من $\mathbb{R}$	0.25
ب) حدد قيمة العدد الحقيقي m لكي يكون (Q_m) عموديا على (P)	0.5
ج) هل يوجد مستوى (Q_m) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة مركزها A ؟ علل جوابك.	0.25

التمرين الثاني (4 نقط):

I. نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة $(E): z^2-4z+9=0$	
1) تحقق أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta=\left(2i\sqrt{5}\right)^2$	0.25
2) حل المعادلة (E)	0.5
II. نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي $a=2+i\sqrt{5}$ و $b=2-i\sqrt{5}$ و $c=2-\sqrt{5}$	
1) أ) تحقق أن $\lvert a\rvert=3$	0.25
ب) بين أن المثلث OAB متساوي الساقين.	0.25
2) أ) تحقق أن $\dfrac{a-c}{b-c}=i$	0.5
ب) استنتج طبيعة المثلث ABC	0.5
3) أ) حدد لحق النقطة D، صورة النقطة B بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{CA}$	0.5
ب) بين أن $ADBC$ مربع.	0.5
4) نضع: $x_n=\left(\dfrac{a}{3}\right)^n$ و $y_n=\dfrac{1}{1-x_n}$، حيث n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.	
أ) تحقق أن $x_n\overline{x_n}=1$	0.25
ب) بين أن $y_n+\overline{y_n}=1$ ثم استنتج الجزء الحقيقي للعدد العقدي y_n	0.5

التمرين الثالث (2 نقط):

يحتوي كيس على ثمان كرات: أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء وكرة خضراء. جميع الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس. نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال، ثلاث كرات من الكيس.

0.25 | 1) تحقق أن عدد السحبات الممكنة هو 336

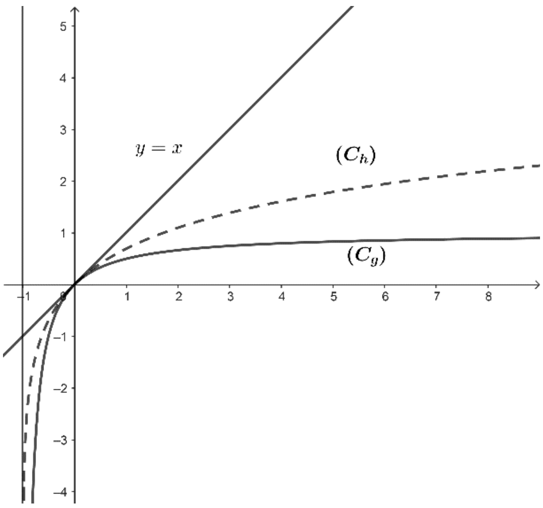
0.5 | 2) أُحسب احتمال الحدث A : " سحب ثلاث كرات بيضاء "

0.75 | 3) بين أن احتمال الحدث B : " سحب ثلاث كرات من نفس اللون " هو: $p(B)=\dfrac{5}{56}$

0.5 | 4) أُحسب احتمال الحدث C " الحصول على لونين مختلفين على الأقل"

المسألة (11 نقط):

الجزء الأول



يمثل الشكل جانبه المنحنيين $\left(\mathcal{C}_g\right)$ و $\left(\mathcal{C}_h\right)$، للدالتين:

$g: x \mapsto \dfrac{x}{1+x}$ و $h: x \mapsto \ln(1+x)$ على المجال $]-1,+\infty[$

والمستقيم ذي المعادلة $y=x$ في نفس المعلم المتعامد الممنظم.

0.5 | 1) أ) علل انطلاقا من هذا الشكل أن:

$\dfrac{x}{1+x} \le \ln(1+x) \le x$ ، لكل x من المجال $]-1,+\infty[$

0.25 | ب) استنتج أن: $(1+x)\ln(1+x)-x \ge 0$ ، لكل x من المجال $]-1,+\infty[$

0.5 | ج) بين أن: $e^x-\left(1+e^x\right)\ln\left(1+e^x\right) \le 0$ ، لكل x من $\mathbb{R}$

2) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0=1$ والعلاقة $u_{n+1}=g(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 | أ) بين بالترجع أن $0<u_n\le 1$ ، لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 | ب) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية. (يمكن استعمال السؤال 1) -أ)

0.25 | ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

0.75 | د) احسب نهاية المتتالية (u_n)

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=e^{-x}\ln\left(1+e^x\right)$

ليكن $\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب $f(0)$ وتحقق أن $f(x)>0$ ، لكل x من $\mathbb{R}$	0.5
ب) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.	0.5
ج) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.	0.5
2) أ) بين أن $f'(x)=\dfrac{1}{1+e^x}-e^{-x}\ln\left(1+e^x\right)$ لكل x من $\mathbb{R}$	0.5
ب) تحقق أن $f'(x)=\dfrac{e^x-\left(1+e^x\right)\ln\left(1+e^x\right)}{e^x\left(1+e^x\right)}$ ، لكل x من $\mathbb{R}$	0.5
ج) استنتج أن f تناقصية قطعا على $\mathbb{R}$ (يمكن استعمال السؤال 1)-ج من الجزء الأول).	0.5
3) أ) حدد معادلة المماس (T) للمنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$ عند النقطة التي أفصولها 0	0.5
ب) تحقق أن المماس (T) يمر من النقطة $A\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$	0.25
ج) أنشئ (T) والمنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$ في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. (نأخذ $\ln 2\approx 0,7$) .	0.75
4) أ) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده. (تحديد $f^{-1}(x)$ غير مطلوب)	0.5
ب) تحقق أن f^{-1} قابلة للاشتقاق في $\ln 2$ ثم أحسب $\left(f^{-1}\right)'(\ln 2)$.	0.5
5) ليكن λ عدد حقيقي موجب قطعا.	
أ) تحقق أن $\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}=\dfrac{1}{1+e^x}$ ، لكل x من $\mathbb{R}$	0.25
ب) بين أن $\int_0^{\lambda}\dfrac{1}{1+e^x}dx=\ln(2)-\ln\left(1+e^{-\lambda}\right)$	0.5
ج) بين أن $\int_0^{\lambda} f(x)dx=\ln(2)-f(\lambda)+\int_0^{\lambda}\dfrac{1}{1+e^x}dx$ (لاحظ أن $f(x)=\dfrac{1}{1+e^x}-f'(x)$)	0.5
د) استنتج بدلالة λ ، المساحة A_λ للحيز المحصور بين المنحنى $\left(\mathcal{C}_f\right)$ ومحور الأفاصيل والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين $x=0$ و $x=\lambda$	0.5
ه) احسب النهاية $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A_\lambda$	0.5