2h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية	الشعبة المسلك

Instructions au candidat(e)	تعليمات للمترشح(ة)
Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.	هام: يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.
Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages :la première est réservée aux recommandations, les pages 2 et 3 sont réservées au sujet.	تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات: الأولى منها خاصة بالتوجيهات.
• **Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;**	• يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
• **L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé ;**	• يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
• **Vous devez justifier les résultats**	• ينبغي عليك تعليل النتائج
• **Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez numéroter les exercices et les questions ;**	• يمكنك الإجابة عن التمارين وفق الترتيب الذي تختاره(تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛
• **Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible ;**	• ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
• **Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction ;**	• يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
• **Eviter l'écriture au stylo rouge ;**	• يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
• **Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.**	• تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

Exercice n° 1:(5pts)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0=1$ et $u_{n+1}=\dfrac{2u_n-9}{u_n-4}$ pour tout n de IN

0.5 **1. Calculer u_1 et u_2**

0.75 **2.a. Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n<3$**

0.5 **2.b. Montrer que pour tout n de IN, $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n-3)^2}{4-u_n}$**

0.25 **2.c. En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante.**

0.25 **2.d. Dire pourquoi la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.**

3. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n=\dfrac{u_n-4}{u_n-3}$

0.25 **3.a. Calculer v_0**

0.5 **3.b. Montrer que $v_{n+1}=\dfrac{2u_n-7}{u_n-3}$ pour tout n de IN**

0.5 **3.c. En déduire que $v_{n+1}-v_n=1$ pour tout n de IN**

0.5 **3.d. Montrer que $v_n=\dfrac{3}{2}+n$ pour tout n de $\mathbb{N}$**

0.5 **4.a. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n=\dfrac{3v_n-4}{v_n-1}$**

0.25 **4.b. En déduire que $u_n=\dfrac{6n+1}{2n+1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$**

0.25 **4.c. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$**

Exercice n° 2:(3pts) (Les résultats seront données sous forme de fractions)

Pour passer un contrôle oral de mathématiques à ses élèves, un professeur prépare dix exercices de trois domaines comme suit : cinq en algèbre, trois en analyse et deux en géométrie.
Un élève choisit au hasard et simultanément 3 exercices pour passer le contrôle. Tous les exercices ont la même probabilité d'être choisis.
On considère les événements suivants :

A **: « Le choix de l'élève ne contient que des exercices d'algèbre »**

B **: « Le choix de l'élève contient un exercice de chaque domaine »**

C **: « Parmi les trois exercices choisis, il y'a un seul de géométrie »**

1 **1. Montrer que $p(A)=\dfrac{1}{12}$**

1 **2. Calculer $p(B)$**

1 **3. Calculer $p(C)$**

Exercice n° 3:(4pts)

On considère les fonctions numériques f et g de la variable réelle x définies sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x)=1-\ln x \quad \textbf{et} \quad g(x)=\ln x$$

(C_f) et (C_g) sont les courbes représentatives respectives de f et g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

0.5 **1. Calculer $f(e)$ et $g(\sqrt{e})$**

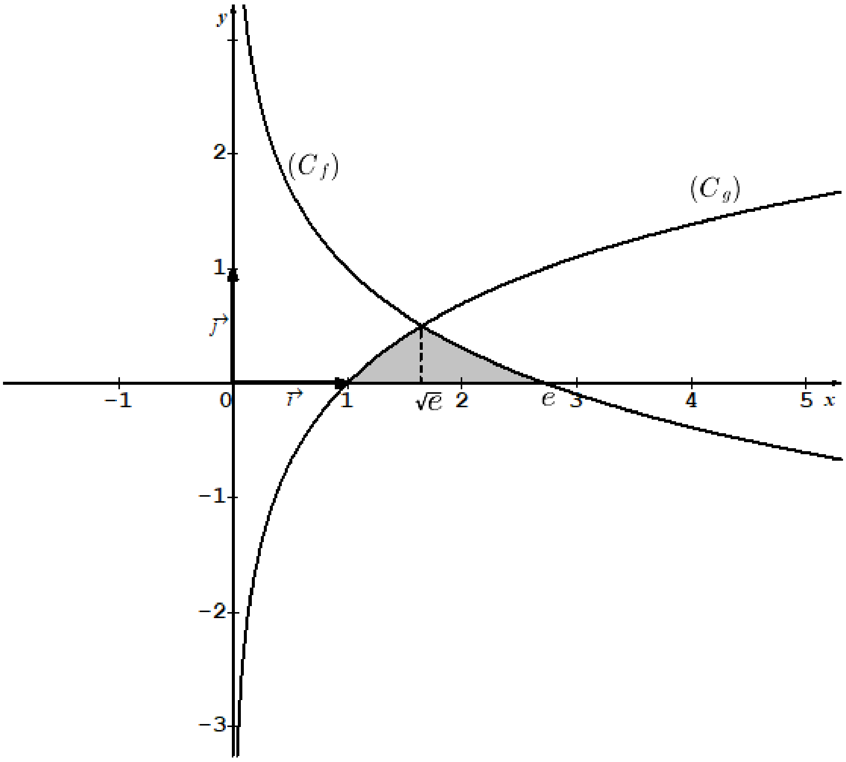
0.5 **2. Déterminer algébriquement les coordonnées du point d'intersection de (C_f) et (C_g)**

1 **3.a. Montrer que $\int_1^{\sqrt{e}} g(x)\,dx = \frac{2-\sqrt{e}}{2}$ (On pourra utiliser une intégration par parties)**

1 **3.b. Calculer $\int_{\sqrt{e}}^{e} f(x)\,dx$**

1 **3.c. En déduire que l'aire A de la partie colorée est $A=\left(\sqrt{e}-1\right)^2 u.a$**

(On remarquera que $e-2\sqrt{e}+1=\left(\sqrt{e}-1\right)^2$)



Exercice n°4:(8pts)

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$h(x)=(\ln x)^3-3\ln x$$

et (C_h) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

0.25 **1.a. Vérifier que $h(x)=\ln x\left((\ln x)^2-3\right)$ pour tout x de $]0;+\infty[$**

0.5 **1.b. Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} h(x)=-\infty$, puis donner une interprétation géométrique du résultat.**

1.25 **1.c. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{h(x)}{x}$, puis donner une interprétation géométrique du résultat.**

(On admettra que $\lim_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^3}{x} = 0$ **)**

1.5 **2. Vérifier que l'ensemble des solutions de l'équation :** $h(x)=0$ **est** $\left\{e^{-\sqrt{3}}\,;1\,;e^{\sqrt{3}}\right\}$

1 **3.a. Montrer que** $h'(x)=\frac{3}{x}(\ln x-1)(\ln x+1)$ **pour tout** x **de** $]0;+\infty[$

1 **3.b. Montrer que :** $h'(x)\geq 0$ **sur** $\left]0;\frac{1}{e}\right]\cup[e;+\infty[$ **et** $h'(x)\leq 0$ **sur** $\left[\frac{1}{e};e\right]$

1 **3.c. Calculer** $h\left(\frac{1}{e}\right)$ **et** $h(e)$ **puis dresser le tableau de variations de** h

1.5 **4. A l'aide du tableau de variations de** h **, donner l'image de chacun des intervalles** $I=\left[\frac{1}{e};e\right]$ **et** $J=]0;+\infty[$ **par la fonction** h