

Cours 8 : Dénombrement

Contenu	Capacités attendues
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Principe général de dénombrement ▪ Les arrangements ▪ Les permutations ▪ Les combinaisons 	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliser l'arbre des choix dans des situations du dénombrement. • Appliquer le dénombrement dans la résolution des problèmes variés.

I. Principe général de dénombrement

a. Activité :

On veut former le bureau d'une association d'un président, un vice-président et un secrétaire.

Le président est choisi parmi 2 personnes A et B

Le vice président est choisi parmi 4 personnes C, D, E et F

Le secrétaire est choisi parmi 3 personnes G, H et I

On a :

Les différentes possibilités sont

{A; C; G} ; {A; C; H} ; {A; D; G} ; {A; D; H}

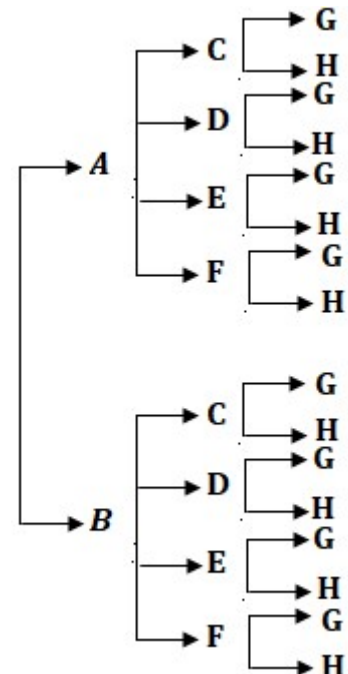
{A; E; G} ; {A; E; H} ; {A; F; G} ; {A; F; H}

{B; C; G} ; {B; C; H} ; {B; D; G} ; {B; D; H}

{B; E; G} ; {B; E; H} ; {B; F; G} ; {B; F; H}

Donc le nombre total des bureaux est

$$2 \times 4 \times 2 = 16$$



Déterminer le nombre de choix si :

Le président est choisi parmi 3 personnes

Le vice président est choisi parmi 5 personnes

Le secrétaire est choisi parmi 2 personnes

b. Définition

On considère trois choix.

si :

- Le 1^{er} choix se fait par n manières différentes.
- Le 2^{ème} choix se fait par p manières différentes.
- Le 3^{ème} choix se fait par q manières différentes.

alors le nombre total des possibilités de faire les trois choix est :

$$n \times p \times q$$

c. Exemple

Une personne dispose de deux cravates, 3 chemises et 5 vestes

le nombre de façons d'habiller est : $2 \times 3 \times 5 = 30$

d. Exercice : On veut former un groupe de trois élèves pour représenter l'école dans une compétition.

Calculer le nombre des groupes possibles sachant que :

le 1^{er} élève est choisi parmi la classe du TCP (20 élèves)

le 2^{ème} élève est choisi parmi la classe du 1bac (17 élèves)

le 3^{ème} élève est choisi parmi la classe du 2bac (10 élèves)

II. Les arrangements

a. Définition et propriété

Soient p et n deux nombres entiers naturels tels que $0 \leq p \leq n$

- Tout classement de p éléments choisis parmi n éléments s'appelle arrangement de p éléments parmi n éléments.
- Le nombre des arrangements de p éléments parmi n éléments est noté A_n^p et on a :

$$A_n^p = n(n-1)(n-2) \dots (n-p+1)$$

b. Applications :

- 1) Calculer : A_7^3 ; A_8^2 ; A_{11}^4 ; A_5^2 ; A_3^1 ; A_3^3
- 2) Parmi 20 élèves on doit choisir 5 pour représenter le lycée dans une compétition. Quel est le nombre de choix possibles ?
- 3) Une urne contient 7 boules. On tire successivement et sans remise 3 boules. Quel est le nombre de résultats possibles ?

III. Les permutations

a. Définition et propriété

Soit n un nombre entier naturel non nul.

- Tout arrangement de n éléments parmi n éléments s'appelle permutation de n éléments.
- Le nombre des permutations de n éléments est noté $n!$ et se lit n factoriel et on a :

$$n! = n(n - 1)(n - 2) \dots \times 1$$

b. Applications :

- 4) Calculer : $3!$; $5!$; $8!$; $10!$
- 5) 6 élèves doivent s'asseoir sur 6 chaises. Quel est le nombre de choix possibles ?
- 6) Une urne contient 5 boules. On tire successivement et sans remise 5 boules. Quel est le nombre de résultats possibles ?

IV. Les combinaisons

a. Définition et propriété

Soit E un ensemble de n éléments.

- Toute partie de E qui contient p éléments tel que $p \leq n$ s'appelle une combinaison de p éléments parmi n éléments.
- Le nombre des combinaisons de p éléments parmi n éléments est noté C_n^p et on a :

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n(n - 1)(n - 2) \dots (n - p + 1)}{p(p - 1)(p - 2) \dots \times 2 \times 1}$$

b. Applications :

- 7) Calculer : C_5^3 ; C_7^2 ; C_9^5 ; C_{10}^4 ; C_n^n ; C_n^1 ; C_n^{n-1}
- 8) On dispose de 5 tomates. On prend simultanément 2 pour préparer une omelette. Quel est le nombre de choix possibles ?
- 9) Une urne contient 8 boules. On tire simultanément 3 boules. Quel est le nombre de résultats possibles ?