Prof. Salima Hajjam	Calcul numérique	Niveaux : TCL et TCP

Contenu	Capacités attendues
• Équations et inéquations du 1er degré à une inconnue. • Equations du 2nd degré à une inconnue • Factorisation du trinôme $ax^2 + bx + c$ • inéquations du 2nd degré à une inconnue • Equation du 1er degré à deux inconnues • Système de deux équations du 1er degré à deux inconnues	• Exploiter la proportionnalité pour traiter des situations variées • Résoudre des équations et des inéquations dont la résolution se ramène à des équations et des inéquations du premier degré ou du second degré à une inconnue • Résoudre des systèmes du premier degré à deux inconnues en utilisant les différentes méthodes disponibles • Mathématiser des situations comportant des grandeurs variables dont la résolution conduit à résoudre des équations, des inéquations ou des systèmes.

I. Proportionnalité, échelle et pourcentage (rappel)

<u>Définitions et propriétés :</u>

- ✓ Deux grandeurs sont proportionnelles si on peut calculer les valeurs de l'une en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre appelé coefficient de proportionnalité.
- ✓ On dit que les nombres réels non nuls a, b, c et d forment dans cet ordre une proportionnalité si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
- ✓ Un pourcentage de t% traduit une situation de proportionnalité de coefficient $\frac{t}{100}$ (c.à.dire appliquer un taux de t% revient à multiplier par $\frac{t}{100}$)
- ✓ Sur un plan, les distances sont proportionnelles aux distances réelles. On appelle « échelle » le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des distances réelles aux distances du plan exprimées dans la même unité. sur un plan une échelle de $\frac{1}{1000}$ veut dire que 1cm sur la carte correspond

à 1000cm en réalité.

<u>Applications :</u>

1. Au marché le prix des carottes est **proportionnel** au poids.

   1.1. Copier et remplir le tableau suivant

Poids en kg	1	2	3			6
prix en DH	2	4		8	9	

$\times 2$

   1.2. Dans un repère orthonormé représenter les points $M(x, y)$ tels que x représente le poids et y représente le prix. et en déduire que tous ces points appartient à une droite d'équation $y = 2x$?

2. 4 kg de riz fait un plat pour 20 personnes. Quelle est la quantité de riz nécessaire pour servir 125 personnes ?
3. Sachant que le prix des tomates était 12Dh/Kg et a augmenté de 10% alors que le prix des carottes était 7Dh/Kg et a diminué de 20%. Déterminer les nouveaux prix ?
4. Sur une carte d'échelle $\frac{1}{1000\,000}$ la distance entre deux villes est 4.5cm. Déterminer la distance réelle en km.

II. Equations, inéquations et systèmes

1. Equations et inéquations du 1er degré à une inconnue (Rappel)

<u>Définition et propriété :</u>

- ✓ Toute équation du 1er degré à une inconnue x peut se ramener à la forme : $ax + b = 0$ tel que a et b sont des réels et $a \neq 0$
- ✓ Le signe du binôme : $ax + b$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	signe contraire de a	0	signe de a

- ✓ Toute inéquation du 1er degré à une inconnue x peut s'écrire sous l'une des formes suivantes :

$$ax + b \leq 0\ ;\ ax + b \geq 0\ ;\ ax + b < 0 \ ou\ \ ax + b > 0$$

<u>Exemples</u>

1. Résoudre dans R l'équation $3x + 12 = 0$ et en déduire les solutions de l'inéquation $3x + 12 < 0$

- On a $3x+12=0 \Rightarrow x=\frac{-12}{3}=-4$

donc la solution de l'équation est – 4

- On a :

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
signe de $3x+12$		$-$	0	$+$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $3x+12<0$ est : $S=]-\infty\,;\,-4[$

2. Résoudre dans R l'équation $(2x+4)(3x-6)=0$ et en déduire les solutions de l'inéquation $(2x+4)(3x-6)\geq 0$

- On a : $(2x+4)(3x-6)=0 \Rightarrow 2x+4=0$ *ou* $3x-6=0$

  C'est à dire : $x=\frac{-4}{2}=-2$ *ou* $x=\frac{6}{3}=2$

  Donc l'ensemble des solutions de l'équation est $S=\{-2;2\}$

- On a

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
signe de $2x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $3x-6$		$-$		$-$	0	$+$	
signe de $(2x+4)(3x-6)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $(2x+4)(3x-6)\geq 0$ est $S=]-\infty\,;\,-2]\cup[2\,;\,+\infty[$

Applications

1. Résoudre dans R les équations :

$$3x-9=0\,;\ -5x+10=0\ ;\ \ 3x+5=2(1-3x)$$
$$(2x-6)(6+3x)=0\,;\ (x-1)(2x+4)(3-x)=0$$

2. En déduire les solutions des inéquations suivantes :

$$3x-9<0\,;\ -5x+10\geq 0\,;\,3x+5\leq 2(1-3x)$$
$$(2x-6)(6+3x)\leq 0\,;\ (x-1)(2x+4)(3-x)>0$$

2. Equations et inéquations du 2nd degré à une inconnue(Rappel)

Définition et propriété :

✓ Une équation du second degré à une inconnue x est *une équation de la forme* $ax^2 + bx + c = 0$ où a, b et c sont des réels avec a ≠ 0.
Pour pouvoir résoudre une telle équation, il faut tout d'abord calculer le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ et on a

	SOLUTIONS DE $ax^2 + bx + c = 0$	SIGNE DE $P(x) = ax^2 + bx + c$
$\Delta < 0$	**Pas de solution dans R**	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline \text{signe de } P(x) & & \text{signe de } a & \end{array}$
$\Delta = 0$	**Une solution :** $x = \dfrac{-b}{2a}$	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \frac{-b}{2a} & & +\infty \\ \hline \text{signe de } P(x) & & \text{signe de } a & 0 & \text{signe de } a & \end{array}$
$\Delta > 0$	**Deux solutions distinctes :** $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	$\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & x_1 & & x_2 & & +\infty \\ \hline \text{signe de } P(x) & & \text{signe de } a & 0 & \text{signe de - } a & 0 & \text{signe de } a & \end{array}$ (en supposant $x_1 < x_2$)

✓ Toute inéquation du 2nd degré à une inconnue x peut s'écrire sous l'une des formes suivantes :

$$ax^2 + bx + c \leq 0\,;\; ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + x < 0 \text{ ou } ax^2 + bx + c > 0$$

Applications

1. Résoudre dans R les équations :

$$x^2 - 3x - 4 = 0\,;\; x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0\;;\; x^2 + 3x + 5 = 0$$

$$-2x^2 + x + 1 = 0\,; -3x^2 + 2\sqrt{3} - 1 = 0\,; 3x^2 - 2x - 1 = 0$$

2. En déduire les solutions des inéquations suivantes :

$$x^2 - 3x - 4 \leq 0\,;\; x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 \leq 0\;;\; x^2 + 3x + 5 > 0$$

$$-2x^2 + x + 1 < 0\,; -3x^2 + 2\sqrt{3} - 1 > 0\,; 3x^2 - 2x - 1 < 0$$

3. Système de deux équations du 1er degré à deux inconnues

Définition et propriété

- ✓ Soient a, b ,c, a’, b’ et c’ des nombres connus.

  Un système de deux équations du 1er degré à deux inconnues x et y est un système qui s’écrit sous la forme :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Les solutions d’un tel système sont tous les couples de nombres $(x\,;y)$ vérifiant les deux équations à la fois.

- ✓ Pour résoudre un tel système on peut utiliser la méthode de substitution, des combinaisons ou par la méthode de Cramer :

  Le nombre réel $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$ est appelé le déterminant du système et on a :

  - Si $D = 0$ alors le système n’a pas de solution ou admet une infinité de solutions.
  - Si $D \neq 0$ alors le système admet une seule solution $(x\,;y)$ tel que :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{D} \quad et \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{D}$$

Applications : Résoudre les systèmes suivants

$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x - y = 2 \\ 3x + 2y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

Exercices

1. Résoudre dans R les équations :

   $3x + 12 = 0$; $-2x + 8 = 0$; $(x - 5)(3x + 6)(1 - x) = 0$

   Et en déduire les solutions des inéquations suivantes :

$3x + 12 < 0$; $-2x + 8 \geq 0$; $(x - 5)(3x + 6)(1 - x) > 0$

2. Résoudre dans R les équations :

   1) $4x^2 - 3x - 1 = 0$
   2) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$
   3) $x^2 + x + 7 = 0$
   4) $-2x^2 + x + 1 = 0$

   Et en déduire les solutions des inéquations suivantes :

   1) $4x^2 - 3x - 1 < 0$
   2) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 > 0$
   3) $x^2 + x + 7 \geq 0$
   4) $-2x^2 + x + 1 \leq 0$

3. La somme de trois nombres consécutifs est 72.
   Trouver ces nombres.

4. Le prix d'un article après une réduction de 15 DH est de 85DH.
   Quel était le prix initial ?

5. Pour être admis à un concours, il faut une moyenne d'au moins 12/20.
   Si un élève a déjà obtenu 11, 13 et 14, quelle note minimale doit-il avoir au dernier devoir ?

6. Un stylo et un cahier coûtent ensemble 7DH.
   Le stylo coûte 1DH de plus que le cahier.
   Quel est le prix de chaque objet ?

7. Un marchand vend 3 kg de pommes et 2 kg de poires pour 8DH.
   Il vend 5 kg de pommes et 2 kg de poires pour 12DH.
   Quel est le prix au kilo de chaque fruit ?

8. Dans une classe, il y a 28 élèves.
   Il y a 4 filles de plus que de garçons.
   Combien y a-t-il de filles et de garçons ?

9. Un rectangle a un périmètre de 30 cm.

Sa longueur est 3 cm de plus que sa largeur.
Déterminer ses dimensions.

10. L'aire d'un carré est égale à 49 cm^2.
Trouver la longueur de son côté.

11. Le produit de deux nombres consécutifs est 72.
Trouver ces deux nombres.

12. La somme d'un nombre et de son carré est égale à 20.
Trouver ce nombre.

13. Un jardin rectangulaire a un périmètre de 60 m.
Quelles dimensions doit-il avoir pour que son aire soit maximale ?