

الصفحة 1 4	<b>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</b> <b>المسالك الدولية</b> <b>الدورة الاستدراحية 2025</b>		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم التواري والرياضة المركز الوطني للتقويم والامتحانات
**I	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	الموضوع	RS 22F
↔			
3h	مدة الإجابة	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الضمة أو المسلك

## INSTRUCTIONS GÉNÉRALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

## COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

<b>Exercice 1</b>	Suites numériques	3 points
<b>Exercice 2</b>	Géométrie dans l'espace	3 points
<b>Exercice 3</b>	Nombres complexes	3.5 points
<b>Exercice 4</b>	Calculs des probabilités	2.5 points
<b>Problème</b>	Étude d'une fonction numérique	8 points

- ✓ On désigne par  $\bar{z}$  le conjugué du nombre complexe  $z$
- ✓  $\ln$  désigne la fonction logarithme népérien

## Exercice 1 (3 points)

On considère la suite  $(u_n)$  définie par :  $u_0 = \frac{3}{2}$  et  $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{2 + u_n}$ , pour tout entier naturel  $n$ .

- 1) a) Vérifier que  $u_{n+1} = 3 - \frac{4}{2 + u_n}$ , pour tout entier naturel  $n$ . (0.25 pt)  
b) Montrer par récurrence que  $0 < u_n < 2$ , pour tout entier naturel  $n$ . (0.5 pts)
- 2) a) Montrer que  $u_{n+1} - u_n = \frac{(1 + u_n)(2 - u_n)}{2 + u_n}$ , pour tout entier naturel  $n$ . (0.25 pts)  
b) Montrer que la suite  $(u_n)$  est croissante et en déduire que  $(u_n)$  est convergente. (0.5 pts)  
c) Montrer que  $0 < 2 - u_{n+1} \leq \frac{2}{7}(2 - u_n)$ , pour tout entier naturel  $n$ . (0.5 pts)  
d) Déduire que  $0 < 2 - u_n \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2}{7}\right)^n$ , pour tout entier naturel  $n$ . (0.5 pts)  
e) Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ . (0.5 pt)

## Exercice 2 (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points

$$A(0, 3, 3), B(1, 2, 1), C(2, 3, 1)$$

et le vecteur  $\vec{n}(1, -1, 1)$ . Soit  $(P)$  le plan d'équation  $x - y + z - 6 = 0$ .

- 1) a) Montrer que  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{n}$  et déduire que les points  $A, B$  et  $C$  sont non alignés. (0.5 pt)  
b) Montrer que les plans  $(ABC)$  et  $(P)$  sont parallèles. (0.25 pt)
- 2) Soit  $(S)$  la sphère telle que : le plan  $(ABC)$  est tangent à  $(S)$  en  $A$  et le plan  $(P)$  est tangent à  $(S)$  en un point  $H$ .
  - a) Calculer la distance du point  $A$  au plan  $(P)$  et déduire que le rayon de la sphère  $(S)$  est  $\sqrt{3}$ . (0.5 pt)
  - b) Donner une représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$  passant par  $A$  et orthogonale au plan  $(P)$ . (0.25 pt)
  - c) Montrer que les coordonnées du point  $H$  sont  $(2, 1, 5)$ . (0.5 pt)
  - d) Montrer que  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 8z + 18 = 0$  est une équation cartésienne de la sphère  $(S)$ . (0.5 pt)
- 3) Déterminer les deux points d'intersection de la droite  $(BH)$  et la sphère  $(S)$ . (0.5 pt)

## Exercice 3 (3.5 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points

$$A, B, C \text{ et } D \text{ d'affixes respectives : } a = \frac{-\sqrt{3} + i}{2}, b = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}, c = 1 + a \text{ et } d = \bar{c}$$

- 1) Vérifier que  $|a| = 1$  et que  $\arg(a) = \frac{5\pi}{6} [2\pi]$  (0.5 pts)
- 2) Vérifier que  $\frac{c - d}{c - a} = i$  et déduire que le triangle  $ACD$  est isocèle rectangle en  $C$  (0.75 pts)
- 3) a) Montrer que  $d - a = 1 - i$  et que  $b - d = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}(1 - i)$  (0.5 pts)

- b) Dédurre que les points  $A, D$  et  $B$  sont alignés. (0.25 pt)
- 4) Soit  $R$  la transformation du plan qui transforme chaque point  $M$  d'affixe  $z$  en  $M'$  d'affixe  $z'$  tel que  $z' = az$ .
- a) Vérifier que  $R$  est une rotation dont on déterminera le centre et l'angle. (0.5 pts)
- b) Vérifier que  $ad = c$  et déduire que  $R(D) = C$  (0.5 pt)
- c) Montrer que  $\arg(c) = \frac{5\pi}{12} [2\pi]$  (0.5 pts)

## Exercice 4 (2.5 points)

Un sac contient 4 boules blanches et 3 boules noires. (Les boules sont indiscernables au toucher).

Un jeu consiste à tirer successivement et sans remise deux boules du sac.

Les règles du jeu sont comme suit :

- Si les deux boules tirées sont blanches, on note : +5.
- Si les deux boules tirées sont noires, on note : -5.
- Si les deux boules tirées sont de couleurs différentes, on note : 0.

On considère les événements :

- $G$  : « noter +5 »
- $Z$  : « noter 0 »
- $N_1$  : « La première boule tirée est noire »
- $B_2$  : « La deuxième boule tirée est blanche »

- 1) a) Calculer  $p(G)$ , la probabilité de l'évènement  $G$  (0.5 pt)
- b) Montrer que la probabilité de l'évènement  $Z$  est  $p(Z) = \frac{4}{7}$  (0.5 pt)
- 2) a) Calculer la probabilité  $p(N_1 \cap B_2)$  (0.5 pt)
- b) Montrer que  $p(B_2) = \frac{4}{7}$  (0.5 pt)
- c) Dédurre la probabilité de « noter 0 » sachant que la deuxième boule tirée est blanche. (0.5 pt)

## Problème (10 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 2}$$

Soit  $(C_f)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Calculer  $f(0)$  et  $f(\ln 2)$  (0.5 pt)
- 2) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  (0.5 pt)
- b) Vérifier que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 1)) = 0$  puis interpréter géométriquement ce résultat. (0.5 pt)
- 3) a) Vérifier que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 2}$  (0.25 pt)
- b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{e^x + 2}$  puis déduire que la droite d'équation  $y = x + 1$  est une asymptote oblique à la courbe  $(C_f)$  au voisinage de  $-\infty$  (0.5 pt)
- c) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $-1 < f(x) - x < 1$  (0.5 pt)

- 4) a) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R} : f'(x) = \frac{e^{2x} + 4}{(e^x + 2)^2}$  (0.5 pt)
- b) Déduire que la fonction  $f$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ . (0.25 pt)
- 5) a) Montrer que pour tout  $m \in \mathbb{R}$ , l'équation  $f(x) = m$  admet une solution unique dans  $\mathbb{R}$  (0.5 pt)
- b) Soit  $\alpha$  l'unique solution de l'équation  $f(x) = 0$ . Vérifier que  $-1 < \alpha < 0$  et montrer que 
$$e^\alpha = \frac{2(1 + \alpha)}{1 - \alpha}$$
 (0.5 pt)
- 6) a) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R} : f''(x) = \frac{4e^x(e^x - 2)}{(e^x + 2)^2}$  (0.5 pt)
- b)   tudier le signe de  $e^x - 2$  sur  $\mathbb{R}$ . (0.25 pt)
- c) Déduire que la courbe  $(C_f)$  admet un point d'inflexion que l'on déterminera. (0.5 pt)
- d) Montrer que  $y = \frac{1}{2}x + \frac{\ln 2}{2}$  est l'équation de la tangente à  $(C_f)$  au point d'abscisse  $\ln 2$  (0.5 pt)
- 7) Construire la courbe  $(C_f)$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (0.75 pt)
- 8) a) Montrer que  $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 2} dx = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{3}{2} \right)$  (0.5 pt)
- b) Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe  $(C_f)$ , la droite d'équation  $y = x - 1$ , l'axe des ordonnées et la droite d'équation  $x = \ln 2$  (0.5 pt)