

الصفحة		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2021 - الموضوع	
2	RS 22ST	- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها (باللغة الفرنسية)	
3			

Exercice 1 : (4 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = \frac{1}{3}$ et $u_{n+1} = \frac{1+u_n}{3-u_n}$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0.5 1) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} , $0 < u_n < 1$
- 0.5 2) a) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)^2}{3 - u_n}$
- 0.5 b) Montrer que la suite (u_n) est convergente.
- 3) On pose $v_n = \frac{1}{1 - u_n}$ pour tout n de \mathbb{N}
- 0.75 a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique et déterminer sa raison et son premier terme.
- 0.75 b) Déterminer v_n en fonction de n et en déduire que $u_n = \frac{n+1}{n+3}$, pour tout n de \mathbb{N}
- 0.5 c) Calculer la limite de la suite (u_n)
- 0.5 4) A partir de quelle valeur de n , a-t-on $u_n \geq \frac{1011}{1012}$?

Exercice 2 : (5 points)

- 0.75 1) Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes l'équation : $z^2 - 6z + 13 = 0$
- 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c telles que: $a = 3 + 2i$; $b = 3 - 2i$ et $c = -1 - 2i$
- 0.5 a) Ecrire $\frac{c-b}{a-b}$ sous forme trigonométrique.
- 0.5 b) En déduire la nature du triangle ABC
- 3) Soit R la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Soit M un point du plan d'affixe z et le point M' d'affixe z' l'image de M par R , et soit D le point d'affixe $d = -3 - 4i$
- 0.5 a) Ecrire z' en fonction de z
- 0.25 b) Vérifier que C est l'image de A par R
- 0.5 4) a) Montrer que les points A, C et D sont alignés.
- 0.5 b) Déterminer le rapport de l'homothétie h de centre C et qui transforme A en D
- 0.5 c) Déterminer l'affixe m du point E pour que le quadrilatère $BCDE$ soit un parallélogramme
- 0.5 5) a) Montrer que $\frac{d-a}{m-b}$ est un nombre réel
- 0.5 b) En déduire que le quadrilatère $ABED$ est un trapèze isocèle

Exercice 3 : (3 points)

On considère la fonction numérique h définie sur $]0; +\infty[$ par : $h(x) = x + \ln x$

- 0.5 1) Montrer que la fonction h est strictement croissante sur $]0; +\infty[$
- 0.5 2) Déterminer $h(]0; +\infty[)$
- 0.5 3) a) En déduire que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0; +\infty[$
- 0.5 b) Montrer que $0 < \alpha < 1$
- 0.5 4) a) Vérifier que $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \alpha + \frac{1}{\alpha}$
- 0.5 b) En déduire que $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) > 2$

Problème : (8 points)

Soit f la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2 - xe^{-x+1}$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 1 cm)

- 0.5 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement
- 0.5 2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 0.75 b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ et interpréter le résultat géométriquement
- 0.75 3) a) Montrer que pour tout x de \mathbb{R} : $f'(x) = (x-1)e^{-x+1}$
- 0.5 b) Dresser le tableau de variations de la fonction f
- 0.5 4) a) Calculer $f''(x)$ pour tout x de \mathbb{R}
- 0.5 b) Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion d'abscisse 2
- 1 5) Construire la courbe (C) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) (on prend : $f(2) \approx 1,25$)
- 0.5 6) Déterminer la valeur minimale de la fonction f et en déduire que pour tout x de \mathbb{R} , $e^{x-1} \geq x$
- 0.5 7) a) En utilisant une intégration par parties, calculer : $\int_0^2 xe^{-x} dx$
- 0.5 b) En déduire que $\int_0^2 f(x) dx = 4 - e + 3e^{-1}$
- 8) Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-\infty, 1]$
- 0.5 a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.
- 0.75 b) Construire la courbe représentative de g^{-1} dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j})
- 0.25 c) A partir de la courbe représentative de g^{-1} , déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{g^{-1}(x)}{x} \right)$