

| | | | | | |
|--------|-------------|---|---------|--|--|
| الصفحة | 1 | <p style="text-align: center;">الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع -</p> | | <p style="text-align: center;">  المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات </p> | |
| 4 | 1 | | | | |
| ** | | | | | |
| | | SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | RS 22ST | | |
| 3 | مدة الإنجاز | الرياضيات | | المادة | |
| 7 | المعامل | شعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها (باللغة الفرنسية) | | الشعبة أو المسلك | |

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

| | | |
|------------|---|----------|
| Exercice 1 | Suites numériques | 2 points |
| Exercice 2 | Nombres complexes | 5 points |
| Exercice 3 | Dérivabilité et calcul intégral | 4 points |
| Problème | Etude d'une fonction numérique et suites numériques | 9 points |

- ✓ On désigne par $|z|$ le module du nombre complexe z et par \bar{z} le conjugué de z
- ✓ \ln désigne la fonction logarithme népérien

| | | | |
|--------|---|---------|---|
| الصفحة | 2 | RS 22ST | الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها (باللغة الفرنسية) |
| 4 | | | |

Exercice 1 : (2 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n - 8}{2u_n - 5}$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0.5 1) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} , $u_n < 2$
- 2) On pose pour tout n de \mathbb{N} , $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}$
- 0.5 a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison 2
- 0.75 b) Ecrire v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n pour tout n de \mathbb{N} .
- 0.25 c) Calculer la limite de la suite (u_n)

Exercice 2 : (5 points)

- 0.75 1) Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes l'équation : $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$
- 2) On pose $a = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
- 0.75 a) Ecrire a sous forme trigonométrique et en déduire que a^{2020} est un nombre réel.
- 0.5 b) Soit le nombre complexe $b = \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}$. Prouver que $b^2 = a$
- 3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tel que $c = 1$. La rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{8}$ transforme le point M d'affixe z au point M' d'affixe z' .
- 0.25 a) Vérifier que $z' = bz$
- 0.5 b) Déterminer l'image de C par la rotation R et montrer que A est l'image de B par R .
- 0.75 4) a) Montrer que $|a - b| = |b - c|$ et en déduire la nature du triangle ABC
- 0.5 b) Déterminer une mesure de l'angle $(\overline{BA}, \overline{BC})$
- 5) Soit T la translation de vecteur \vec{u} et D l'image de A par T
- 0.25 a) Vérifier que l'affixe de D est $b^2 + 1$
- 0.75 b) Montrer que $\frac{b^2 + 1}{b} = b + \bar{b}$ et en déduire que les points O, B et D sont alignés.

| | | | |
|--------|---|---------|---|
| الصفحة | 3 | RS 22ST | الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها (باللغة الفرنسية) |
| 4 | | | |

Exercice 3 : (4 points)

On considère la fonction numérique u définie sur \mathbb{R} par : $u(x) = e^x - 2x + 2 - 3e^{-x}$

0.5 1)a) Montrer que pour tout x de \mathbb{R} , $u'(x) = \frac{(e^x - 1)^2 + 2}{e^x}$

0.25 b) poser le tableau de variation de la fonction u (sans calcul de limites)

0.5 c) En déduire le signe de la fonction u sur \mathbb{R} (remarquer que $u(0) = 0$)

2) Soit la fonction v définie sur \mathbb{R} par $v(x) = e^{2x} - 2xe^x + 2e^x - 3$

0.5 a) Vérifier que pour tout x de \mathbb{R} , $v(x) = e^x u(x)$

0.5 b) En déduire le signe de la fonction v sur \mathbb{R} .

0.5 3)a) Montrer que la fonction W définie par $W(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + (4 - 2x)e^x - 3x$ est une primitive de la fonction v sur \mathbb{R} .

0.5 b) Calculer $\int_0^2 v(x)dx$

0.75 c) Montrer que $\frac{9}{2}$ est le minimum absolu de la fonction W sur \mathbb{R} .

Problème : (9 points)

I - Soit g la fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = e^{1-x} + \frac{1}{x} - 2$

0.5 1) Montrer que $g'(x) < 0$, pour tout $x \in]0, +\infty[$

0.5 2) Déduire le tableau de signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$; (remarquer que $g(1) = 0$)

II – On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$ par :

$f(x) = (1-x)e^{1-x} - x^2 + 5x - 3 - 2 \ln x$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 2 cm)

0.5 1) Montrer que $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement.

0.5 2) a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

0.75 b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement

1 3) a) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$, $f'(x) = (x-2)g(x)$

0.75 b) Montrer que la fonction f est décroissante sur $]0, 1]$ et sur $[2, +\infty[$ et croissante sur $[1, 2]$

0.25 c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0, +\infty[$, (on admet $f(2) \approx 1,25$)

| | | | | | | | |
|--|---|--------|---|---|--------|---|--------|
| 0.5 | 4) Sachant que $f(3) \leq 0,5$ et $f(4) \leq -1,9$ montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]3,4[$. | | | | | | |
| 1 | 5) Construire (C) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) | | | | | | |
| III - On pose $h(x) = f(x) - x$ pour tout x de l'intervalle $[1,2]$ | | | | | | | |
| 0.5 | 1) a) A partir du tableau de variations de la fonction h ci-contre <table border="1" style="display: inline-table; margin-left: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">x</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">$h(x)$</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">$h(2)$</td> </tr> </table> <p style="margin-left: 20px;">montrer que $f(x) \leq x$ pour tout x de l'intervalle $[1,2]$</p> | x | 1 | 2 | $h(x)$ | 0 | $h(2)$ |
| x | 1 | 2 | | | | | |
| $h(x)$ | 0 | $h(2)$ | | | | | |
| 0.25 | b) Montrer que 1 est l'unique solution de l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[1,2]$ | | | | | | |
| 2) Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de \mathbb{N} | | | | | | | |
| 0.75 | a) Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout n de \mathbb{N} | | | | | | |
| 0.5 | b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante. | | | | | | |
| 0.75 | c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ | | | | | | |