Parabole - Hyperbole

Contenu	*Capacités attendues*
▪ *La parabole d'équation* $\boldsymbol{y = ax^2}$ ▪ *L'hyperbole d'équation* $\boldsymbol{y = \frac{a}{x}}$ ▪ *Fonctions se ramenant aux fonctions usuelles* $x \to -f(x)$ $x \to f(x) + a$ $x \to f(x + a)$	*Capacité de tracer la courbe d'une fonction polynôme du 2nd degré et d'une fonction homographique sans le recours au changement du repère.*

I. La parabole d'équation $\boldsymbol{y = ax^2}$

a. ***Définition :***

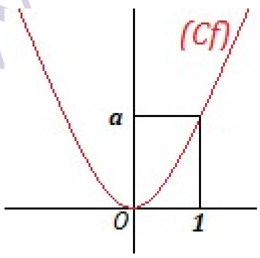
Soit $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ *un repère orthonormé du plan.*

Soit $a \in R^*$

La représentation graphique de la fonction $f : x \longrightarrow ax^2$ *est appelée parabole de sommet O et d'axe (OY) et on a :*

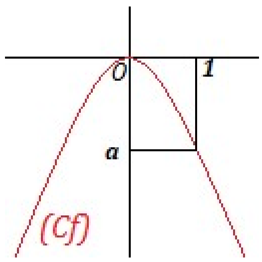
si $a > 0$ *:*

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$\searrow$	0	$\nearrow$



si $a < 0$ *:*

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$\nearrow$	0	$\searrow$



b. ***Exercice :***

Représenter graphiquement les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 \text{ et } g(x) = -x^2$$

II. L'hyperbole d'équation $\boldsymbol{y = \frac{a}{x}}$

a. ***Définition :***

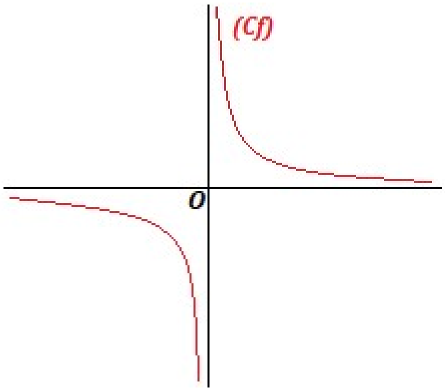
Soit $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ *un repère orthonormé du plan.*

Soit $a \in R^*$

La représentation graphique de la fonction $f : x \longrightarrow \frac{a}{x}$ est appelée hyperbole de sommet O et d'asymptotes(OX) et (OY) et on a :

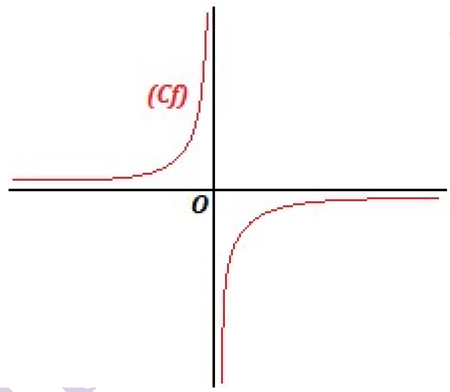
si $a > 0$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$\searrow$	||	$\searrow$



si $a < 0$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$\nearrow$	||	$\nearrow$



b. *Exercice* :

Représenter graphiquement les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{2}{x} \quad et \quad g(x) = \frac{-2}{x}$$

III. Fonctions se ramenant aux fonctions usuelles

a. *Activité* :

Soient f, g, h et k des fonctions numériques définies par :

$$f(x) = x^2; g(x) = -x^2; h(x) = x^2 + 2 \; et \; k(x) = x^2 + 4x + 4$$

1) a. *Représenter graphiquement les deux fonctions f et g*

   b. *Que peut-on déduire ?*

2) *Soient M et M' deux points de même abscisse x_0 tels que $M \in (Cf) et \; M' \in (Ch)$*

   a. *Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MM'}$*

   b. *En déduire que (Ch) est l'image de (Cf) par la translation de vecteur $2\vec{j}$*

   c. *Représenter graphiquement (Cf) et (Ch) dans le même repère*

3) *Soient M et M' deux points de même ordonnée y_0 tels que*

$M \in (Cf) et\ M' \in (Ch)$

a. *Déterminer les coordonnées du vecteur* $\overrightarrow{MM'}$

b. *En déduire que* (Ch) *est l'image de* (Cf) *par la translation de vecteur* $-2\vec{\imath}$

c. *Représenter graphiquement* $(Cf)\ et\ (Ck)$ *dans le même repère*

b. *Propriétés :*

Soient a un nombre réel et f une fonction numérique et (Cf) sa courbe dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. *On a*

- *(Cf) est la courbe de la fonction* $x \to -f(x)$ *sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses (OX)*
- *La courbe de la fonction* $x \to f(x) + a$ *est l'image de (Cf) par la translation de vecteur* $a\vec{\jmath}$
- *La courbe de la fonction* $x \to f(x + a)$ *est l'image de (Cf) par la translation de vecteur* $-a\vec{\imath}$

c. ***Application :***

*Soient **f** et **g** les deux fonctions numériques de la variable réelle x définies par :* $f(x) = x^2 et\ \ g(x) = 2x^2 - 4x + 3$

1) *Déterminer les deux nombres réels α et β tels que :*

$$g(x) = 2(x - \alpha)^2 + \beta$$

2) *a. Construire la courbe de f dans un repère orthonormé*$(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

   b. Déterminer la transformation géométrique qui permet de déduire la courbe (Cg) à partir de (Cf)

3) *En utilisant (Cf) construire la courbe (Cg) dans le même repère orthonormé* $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.