Prof : H.Salima	Ensembles IN, Z, D, Q et R	Niveaux : TCS et TCT

Contenu	Capacités attendues
▪ Différents types de nombres. ▪ Opérations Dans R est propriétés. ▪ Puissances du nombre 10 et écriture scientifique d'un nombre décimal.	▪ Discernement des relations entres nombres et distinction des différents ensembles des nombres. ▪ Détermination de l'écriture convenable d'une expression algébrique selon la situation étudiée.

I. Différents types de nombres

- Les nombres entiers naturels forment un ensemble que l'on note $\mathbb{N}$ et s'écrit :

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$$

Exemples : $3 \in \mathbb{N}$; $-3 \notin \mathbb{N}$.

- Les nombres entiers relatifs forment un ensemble que l'on note $\mathbb{Z}$ et s'écrit :

$$\mathbb{Z} = \{ ... , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... \}$$

Si $n \in \mathbb{N}$ alors $-n \in \mathbb{Z}$ et on dit que $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{Z}$ et on écrit $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Exemples : $2 \in \mathbb{Z}$, $-0{,}004 \notin \mathbb{Z}$.

- Les nombres décimaux forment un ensemble que l'on note **D** et s'écrit :

$$D = \{ \frac{a}{10^n} / a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \}$$

Exemples : $0{,}009 \in D$; $\frac{1}{3} \notin \mathbb{R}$; $1/4 \in \mathbb{R}$.

- Les nombres rationnels forment un ensemble que l'on note $\mathbb{Q}$ et s'écrit :

$$\mathbb{Q} = \{ a / b \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^* \}$$

Exemples : $1/3 \in \mathbb{Q}$, $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.

- Les nombres rationnels et les nombres irrationnels forment l'ensemble des nombres réels que l'on note $\mathbb{R}$.

Exemples : $\pi \in \mathbb{R}$, $\sqrt{5} \in \mathbb{R}$.

On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Exercice : Recopier puis compléter en utilisant l'un des symboles $\in$ ou $\notin$.

$-12 .. \mathbb{N}$	$37 .. \mathbb{N}$	$0.2 .. \mathbb{Z}$
$-12 .. \mathbb{Z}$	$-3.5 .. \mathbb{Z}$	$\pi .. D$
$0.5 .. \mathbb{Q}$	$\sqrt{2} .. \mathbb{Q}$	$\pi .. \mathbb{Q}$
$0.5 .. D$	$\sqrt{2} .. \mathbb{R}$	$\pi .. \mathbb{R}$

II. Opérations dans $\mathbb{R}$ et Propriétés

1. Règles fondamentales de développement et de factorisation

a. <u>Propriétés</u> : Soient a, b, c et d de $\mathbb{R}$. Les propriétés suivantes sont valables :

- $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(\boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}) = \boldsymbol{ac} + \boldsymbol{ad} + \boldsymbol{bc} + \boldsymbol{bd}$
- $\boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ac}$
- $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a}$ ***et*** $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b} = \boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$
- $\boldsymbol{a^m} \times \boldsymbol{a^n} = \boldsymbol{a^{m+n}}$
- $(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})^{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{a^n} \times \boldsymbol{b^n}$
- $\boldsymbol{a^{-1}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{a}}$ et $\boldsymbol{a^{-n}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{a^n}}$ / (a ≠ 0)

b. <u>Applications</u> :

1) Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$a = \frac{5}{3} - \frac{5}{6} - 0.75 - \frac{1}{3}\left(3 - \frac{3}{4}\right)$$

$$b = \frac{7}{8} - \frac{1}{8}\left(7 - \frac{57}{19}\right)$$

$$c = \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$$

2) Simplifier ce qui suit :

$$a = \frac{8^{93} \times 3^{-51}}{9^{25} \times 2^{280}}$$

$$b = \frac{(3^7 \times 2^{-6} \times 9^{-1})^2}{(9^{-2} \times 3^2 \times 2^{-1})^3}$$

2. Identités remarquables

a. <u>Propriétés</u> : pour tous réels a et b on a :

- $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{2ab} + \boldsymbol{b}^2$
- $(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{2ab} + \boldsymbol{b}^2$
- $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^{\boldsymbol{3}} = \boldsymbol{a^3} + \boldsymbol{3a^2b} + \boldsymbol{3b^2a} + \boldsymbol{b^3}$
- $(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})^{\boldsymbol{3}} = \boldsymbol{a^3} - \boldsymbol{3a^2b} + \boldsymbol{3b^2a} - \boldsymbol{b^3}$
- $a^2 - b^2 = (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})$
- $\boldsymbol{a^3} - \boldsymbol{b^3} = (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2)$
- $\boldsymbol{a^3} + \boldsymbol{b^3} = (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2)$

b. Applications :

1) Développer et réduire ce qui suit :

$$(2x+1)^2; (3-2x)^2; (2x-5)^2; (3+x)^2$$
$$(x+1)^3; (x+5)^3; (2x+1)^3; (2+4x)^3$$
$$(x-4)^3; (x-2)^3; (2x-3)^3; (2-5x)^3$$

2) Factoriser ce qui suit :

$$x^2-9\ ;\ 25-x^2\ ;\ 3-x^2\ ;\ x^3-81x\ ;\ 5x-x^3$$
$$x^3-8\ ;\ 27-x^3\ ; 8x-x^4\ ;\ x^4-64x\ ; 125x-x^4$$
$$x^3+1\ ;\ 8+x^3\ ; 27x-x^4\ ;\ x^4-125x\ ; 64x-x^4$$

III. Puissances du nombre 10 et écriture scientifique d'un nombre décimal

a. Définitions : $Soit\ n\ \in N$. On a

- $\mathbf{10^n} = 1\underbrace{000\ldots0}_{\text{n zéro}}\ et\ \mathbf{10^{-n}} = \underbrace{0{,}00\ \ldots0}_{\text{n zéro}}1$

- Tout nombre décimal d peut s'écrire sous la forme $a \times 10^p\ tel\ que\ a \in D\ et\ 1 \le a < 10\ et\ p \in Z$
- Si d est négatif alors d s'écrit sous la forme $-a \times 10^p$

b. Exemples :

- L'écriture scientifique du nombre 0.0000712 est :

$$7{,}12 \times 10^{-5}$$

- L'écriture scientifique du nombre 25100000 est :

$$2.51 \times 10^7$$

c. Applications :

Ecrire les constantes universelles suivantes sous forme d'écriture scientifique :

$$e = 1602{,}1892 \times 10^{-22}$$
$$N_A = 60220{,}45 \times 10^{19}$$
$$g = 980.665 \times 10^{-2}$$