

Contenu	Capacités attendues
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Équation et inéquation du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue</li> <li>▪ Équation du 1<sup>er</sup> degré à deux inconnues</li> <li>▪ Systèmes de deux équations du 1<sup>er</sup> degré</li> <li>▪ signe de <math>ax + by + c</math> et régionnement du plan</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Résoudre des équations et des inéquations se ramenant à la résolution d'équations et d'inéquations du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue</li> <li>▪ Résoudre des systèmes du 1<sup>er</sup> degré à deux inconnues</li> <li>▪ Mathématisation de situations comportant des grandeurs variables en utilisant des expressions, des équations et des inéquations ou des systèmes</li> <li>▪ Représentation graphique des solutions d'inéquations ou de systèmes d'inéquations du 1<sup>er</sup> degré à deux inconnues et utilisation du graphique pour régionner le plan et pour la résolution de problèmes simple sur la programmation linéaire.</li> </ul>

## I. Équation et inéquation du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue

### a. Définitions :

- ✓ Toute équation du premier degré à une inconnue  $x$  peut se ramener à la forme :  $ax + b = 0$  tel que  $a$  et  $b$  sont des réels et  $a \neq 0$
- ✓ Le signe du binôme :  $ax + b$

$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$	signe contraire de $a$		signe de $a$

- ✓ Toute inéquation du premier degré à une inconnue  $x$  peut s'écrire sous l'une des formes suivantes :

$$ax + b \leq 0 ; ax + b \geq 0 ; ax + b < 0 \text{ ou } ax + b > 0$$

### b. Exemples

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $3x + 12 = 0$  et en déduire les solutions de l'inéquation  $3x + 12 < 0$

- On a  $3x + 12 = 0$  c.à.dire  $x = \frac{-12}{3} = -4$

donc la solution de l'équation est  $-4$

- On a :

$x$	$-\infty$	$-4$	$+\infty$
signe de $3x + 12$	$-$	$0$	$+$

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation  $3x + 12 < 0$  est :

$$S = ] -\infty ; -4[$$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(2x + 4)(3x - 6) = 0$  et en déduire les solutions de l'inéquation  $(2x + 4)(3x - 6) \geq 0$

- On a :  $(2x + 4)(3x - 6) = 0$  implique  $2x + 4 = 0$  ou  $3x - 6 = 0$

C'est à dire :  $x = \frac{-4}{2} = -2$  ou  $x = \frac{6}{3} = 2$

Donc l'ensemble des solutions de l'équation est  $S = \{-2; 2\}$

- On a

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$
signe de $2x + 4$	$-$	$0$	$+$	$+$
signe de $3x - 6$	$-$	$-$	$0$	$+$
signe de $(2x + 4)(3x - 6)$	$+$	$0$	$-$	$+$

Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation  $(2x + 4)(3x - 6) \geq 0$

est  $S = ] -\infty ; -2] \cup [2 ; +\infty[$

### c. Applications

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations :

$$3x - 9 = 0$$

$$-5x + 10 = 0$$

$$3x + 5 = 2(1 - 3x)$$

$$(2x - 6)(6 + 3x) = 0$$

$$(x - 1)(2x + 4)(3 - x) = 0$$

- En déduire les solutions des inéquations suivantes :

$$3x - 9 < 0 ; -5x + 10 \geq 0 ; 3x + 5 \leq 2(1 - 3x)$$

$$(2x - 6)(6 + 3x) \leq 0 ; (x - 1)(2x + 4)(3 - x) > 0$$

## II. Equation du 1<sup>er</sup> degré à deux inconnues

### a. Définitions :

On appelle équation du premier degré à deux inconnues toute équation qui peut s'écrire sous la forme  $ax + by + c = 0$  où  $x$  et  $y$  sont les inconnues et où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels donnés.

### b. Exemple :

On considère dans  $\mathbb{R}^2$  l'équation (E) :  $3x - 2y + 1 = 0$

Soit  $S$  l'ensemble des solutions de (E)

$(x; y) \in S$  si et seulement si  $x = \frac{2y-1}{3}$

Donc  $S = \left\{ (x; y) \in \mathbb{R}^2 / x = \frac{2y-1}{3} \right\}$  ou  $S = \left\{ \left( \frac{2y-1}{3}; y \right) / y \in \mathbb{R} \right\}$

### c. Exercice :

Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les équations suivantes :

1)  $5x + 2y - 11 = 0$

2)  $7x + 1 = 0$

3)  $y - \sqrt{5} = 0$

## III. Système de deux équations du 1<sup>er</sup> degré à deux inconnues

### a. Définition et propriété

✓ Soient  $a, b, c, a', b'$  et  $c'$  des nombres connus.

Un système de deux équations du 1<sup>er</sup> degré à deux inconnues  $x$  et  $y$  est un système qui s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Les solutions d'un tel système sont tous les couples de nombres  $(x; y)$  vérifiant les deux équations à la fois.

✓ Pour résoudre un tel système on peut utiliser la méthode de substitution, des combinaisons ou par la méthode du déterminant :

Le nombre réel  $D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$  est appelé le

déterminant du système.

et on a :

- Si  $D = 0$  alors le système n'a pas de solution ou admet une infinité de solutions.
- Si  $D \neq 0$  alors le système admet une seule solution  $(x ; y)$  telle que :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{D} \quad \text{et} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{D}$$

**b. Exemple :**

Résolvons dans  $\mathbb{R}^2$  le système :

$$\begin{cases} x - 2y = -2 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$$

Le déterminant de ce système est  $D = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 8 = 9 \neq 0$

Donc le système admet une solution  $(x ; y)$  telle que :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}}{9} = \frac{-2 + 10}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\text{et } y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}}{9} = \frac{5 + 8}{9} = \frac{13}{9}$$

Donc l'ensemble des solutions du système est  $S = \left(\frac{8}{9} ; \frac{13}{9}\right)$

**c. Applications:** Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x - y = 2 \\ 3x + 2y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

#### IV. Signe de $ax + by + c$ - régionnement du plan

**a. Propriété :**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O ; I ; J)$

Soit  $(D)$  une droite d'équation  $ax + by + c = 0$

La droite  $(D)$  détermine deux demi-plans ouverts :

- Le premier est l'ensemble des points  $M(x ; y)$  qui vérifient :

$$ax + by + c > 0$$

- La deuxième est l'ensemble des points  $M(x; y)$  qui vérifient :

$$ax + by + c < 0$$

**b. Exemple :**

Résolvons graphiquement l'inéquation  $2x - y + 3 > 0$

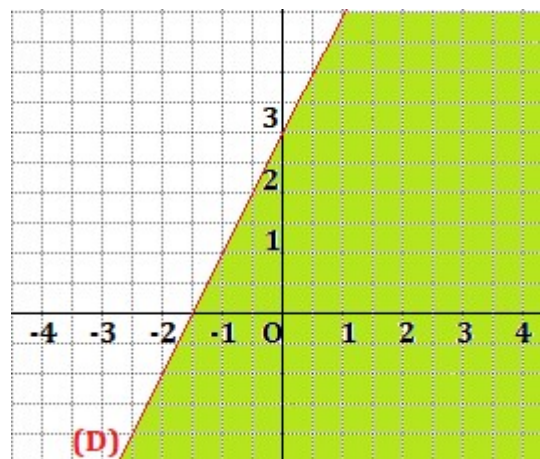
Soit (D) la droite d'équation  $2x - y + 3 = 0$

On a le point  $O(0; 0)$   
n'appartient pas à (D)  
Et  $2 \times 0 - 0 + 3 = 3 > 0$

Donc l'ensemble des points  
qui vérifient l'inéquation :

$$2x - y + 3 > 0$$

appartiennent au demi-plan  
ouvert coloré en vert.



**c. Application :** Résoudre graphiquement

1) Les inéquations :

$$x - y + 1 > 0$$

$$y + 3 < 0$$

2) Le système :

$$\begin{cases} x - y + 1 > 0 \\ y + 3 < 0 \end{cases}$$

**Exercices**

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations :

$$3x + 12 = 0 \quad ; \quad -2x + 8 = 0 \quad ; \quad (x - 5)(3x + 6)(1 - x) = 0$$

Et en déduire les solutions des inéquations suivantes :

$$3x + 12 < 0 \quad ; \quad -2x + 8 \geq 0 \quad ; \quad (x - 5)(3x + 6)(1 - x) > 0$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les équations :

1)  $4x - 3y - 1 = 0$

2)  $x - 2\sqrt{3}y + 3 = 0$

3)  $x + y + 7 = 0$

3. Résoudre graphiquement les inéquations :

$$1) 4x - 3y - 1 > 0$$

$$2) x + 4 < 0$$

$$3) \begin{cases} 4x - 3y - 1 > 0 \\ x + 4 < 0 \end{cases}$$

4. Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = -2 \\ 2x - 3y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = -5 \end{cases}$$

5. La somme de trois nombres consécutifs est 72.

Trouver ces nombres.

6. Le prix d'un article après une réduction de 15 DH est de 85DH.

Quel était le prix initial ?

7. Pour être admis à un concours, il faut une moyenne d'au moins  $12/20$ .

Si un élève a déjà obtenu 11, 13 et 14, quelle note minimale doit-il avoir au dernier devoir ?

8. Un stylo et un cahier coûtent ensemble 7DH.

Le stylo coûte 1DH de plus que le cahier.

Quel est le prix de chaque objet ?

9. Un marchand vend 3 kg de pommes et 2 kg de poires pour 8DH.

Il vend 5 kg de pommes et 2 kg de poires pour 12DH.

Quel est le prix au kilo de chaque fruit ?

10. Dans une classe, il y a 28 élèves.

Il y a 4 filles de plus que de garçons.

Combien y a-t-il de filles et de garçons ?

11. Un rectangle a un périmètre de 30 cm.

Sa longueur est 3 cm de plus que sa largeur.

Déterminer ses dimensions.

[www.salimaths.com](http://www.salimaths.com)