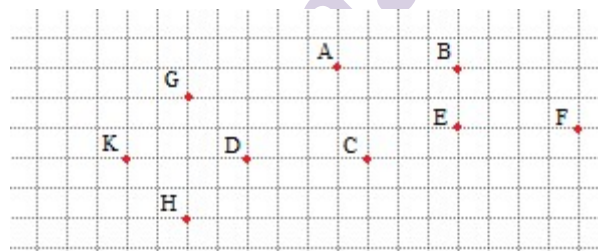


Contenu	Capacités attendues
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Égalité de deux vecteurs ▪ Somme de deux vecteurs ▪ Multiplication d'un vecteur par un réel ▪ Colinéarité de deux vecteurs ▪ Milieu d'un segment ▪ alignement de trois points 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Construction d'un vecteur de la forme $a\vec{u} + b\vec{v}$ ▪ Exprimer les notions et les propriétés géométriques en utilisant l'outil vectoriel et réciproquement. ▪ Résolution de problèmes géométriques en utilisant l'outil vectoriel.

I. Égalité de deux vecteurs

a. Activité :

Recopier le dessin ci-dessous.



1. On a $(AB) // (CD)$. On dit que les deux vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ont la même *direction*.

a) Déterminer les vecteurs qui ont la même direction que le vecteur \overrightarrow{AB} .

b) Déterminer les vecteurs qui ont la même direction que le vecteur \overrightarrow{DG} .

2. On a $AB = CD$. On dit que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ont la même *norme* ; la distance AB est appelée **norme du vecteur \overrightarrow{AB}** et on la note $||AB||$.

a) Déterminer les vecteurs qui ont la même norme que celle du vecteur \overrightarrow{AB} .

b) Déterminer les vecteurs qui ont la même norme que celle du vecteur \overrightarrow{DG} .

3. $ABDK$ est un parallélogramme et C appartient à la demi-droite $[KD)$.
On dit que les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{KC} ont le même sens.

a) Déterminer les vecteurs qui ont le même sens que celui de \overrightarrow{AB} .

b) Déterminer les vecteurs qui ont la même norme que \overrightarrow{DG} et qui n'ont pas le même sens.

4. On dit que deux vecteurs sont *égaux* s'ils ont la même direction, la même norme et le même sens.

a) Déterminer les vecteurs égaux à \overrightarrow{AB} .

b) Déterminer les vecteurs égaux à \overrightarrow{DG} .

b. Définition et propriété :

Soient A, B, C et D quatre points distincts du plan

- On dit que deux vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont *égaux* s'ils ont la même direction, la même norme et le même sens. Et on écrit $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- $ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
- Soit \vec{u} un vecteur et A un point dans le plan. Il existe un point unique M du plan tel que : $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$
- \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ont la même direction signifie que $(AB) // (CD)$
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ signifie que $B = C$ (les deux points sont confondus)
- $\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ signifie que $A = B$ ($\vec{0}$ est dit le vecteur nul)
- Il existe une infinité de vecteurs dans le plan égaux à un vecteur donné \vec{u} .

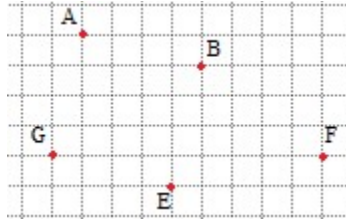
c. Application :

Soient $AEFD$ et $EFCB$ deux parallélogrammes.

Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

II. Somme de deux vecteurs

a. **Activité :** Recopier le dessin suivant.



1) Compléter l'égalité : $\vec{GE} + \vec{EF} = \dots$

2)

a) Construire le point H tel que ABGH soit un parallélogramme.

b) Construire le vecteur $\vec{AB} + \vec{AG}$.

c) Construire le vecteur $\vec{AB} + \vec{EF}$.

3) Montrer que :

$$\vec{AE} + \vec{BF} = \vec{AF} + \vec{BE}$$

4) Écrire les vecteurs suivants sous forme d'un seul vecteur.

$$\vec{BC} - \vec{BA} + \vec{BD} - \vec{BC}$$

$$\vec{FA} + \vec{BE} + \vec{DF} + \vec{CD} + \vec{AB} + \vec{EC}$$

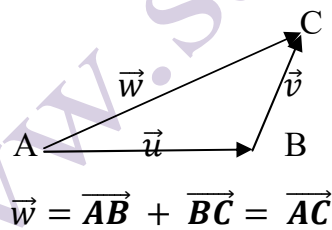
b. Propriété :

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs dans le plan.

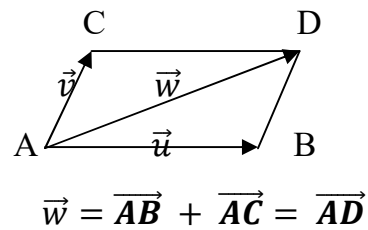
La somme de \vec{u} et \vec{v} est un vecteur \vec{w} et on écrit $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$

On obtient le vecteur \vec{w} par l'une des deux méthodes suivantes :

1. Relation de Chasles



2. Règle du parallélogramme



c. Application :

Soient ABCD un parallélogramme, I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [DC].

Soit K un point de la droite (AD).

Montrer que $\vec{KI} + \vec{AJ} = \vec{KC}$

III. Multiplication d'un vecteur par un réel

a. Définition :

Soit \vec{u} un vecteur et k un nombre réel.

Le produit du vecteur \vec{u} par k est un vecteur \vec{v} et on écrit $\vec{v} = k\vec{u}$.

Et on a :

- Si $k = 0$ alors $\vec{v} = \vec{0}$
- Si $k > 0$ alors \vec{u} et \vec{v} ont la même direction et le même sens et
 $|\vec{u}| = k |\vec{v}|$
- Si $k < 0$ alors \vec{u} et \vec{v} ont la même direction, des sens contraires et
 $|\vec{u}| = -k |\vec{v}|$

b. Propriétés :

Quels que soient les vecteurs \vec{u} et \vec{v} et les réels a , b et k on a :

- $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$
- $(a + b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}$
- $a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u}$
- Si $k\vec{u} = \vec{0}$ alors $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$

c. Applications :

1) On considère la figure suivante



Déterminer en fonction de \vec{AB} les vecteurs \vec{AC} , \vec{AD} , \vec{AE} et \vec{AF}

2) Simplifier l'écriture des vecteurs suivants :

$$\vec{V}_1 = 2(\vec{u} + \vec{v}) - 2(\vec{u} - \vec{v})$$

$$\vec{V}_2 = \vec{u} + 2(\vec{u} + \vec{v}) - 3(\vec{u} - \vec{v})$$

$$\vec{V}_3 = \frac{1}{2}(4\vec{u} + 5\vec{v}) - 3\left(\frac{1}{3}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}\right)$$

IV. Colinéarité de deux vecteurs

a. Définition :

On dit que deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaire si et seulement s'il existe un nombre réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$

- **Remarque** : Les points A, B et C sont alignés signifie que les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaire

b. Exercices :

1. Soient ABCD un parallélogramme, E et F les points définis par :

$$\vec{CE} = \frac{1}{3}\vec{CD} \text{ et } \vec{BF} = \frac{3}{4}\vec{BE}$$

- 1) Construire la figure
- 2) Montrer que les points A, C et F sont alignés

2. Soit ABCD un quadrilatère.

On considère le vecteur $\vec{V} = 3\vec{DA} + \vec{DB} - 4\vec{DC}$

- 1) Montrer que $\vec{V} = 3\vec{CA} + \vec{CB}$
- 2) Soit E le point tel que $\vec{V} = \vec{CE}$

Montrer que les droites (AC) et (BE) sont parallèles

V. Milieu d'un segment

a. Activité :

Soient A et B deux points distincts et I le milieu du segment [AB].

- 1) Montrer que $\vec{AI} = \vec{IB}$, $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ et $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$
- 2) Montrer que quel que soit le point M du plan $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$

b. Propriété :

- Pour qu'un point I soit le milieu du segment [AB] il suffit que l'une des relations suivantes soit réalisée :

$$\vec{AI} = \vec{IB}$$

$$\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB}$$

$$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$$

- Si I est le milieu du segment [AB] alors que soit le point M du plan

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$$

c. Applications :

1) On considère un point A et deux vecteurs \vec{u} et \vec{v}

Soient B, C et D les points définis par :

$$\overrightarrow{AB} = \vec{u}, \overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v} \text{ et } \overrightarrow{AD} = \vec{u} - \vec{v}$$

Montrer que B est le milieu de [CD]

2) Soit MNPQ un parallélogramme

1. Construire les points R et S tels que :

$$\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{QN} \text{ et } \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{MN}$$

2. Montrer que N est le milieu de [SQ]

www.salimaths.com